

太郎さんと花子さんと先生の3人が教室で話をしています。これを読んで、後の問に答えなさい。

太郎：昨日、家の片付けをしていたら蚊取り線香が出てきました。

先生：ずいぶん季節外れですね。蚊取り線香はおもしろい形をしています。2枚がパズルのようにぴったりはまるようになっているのです。

太郎：先生、蚊取り線香のようなくずまきの長さを求めることはできますか。

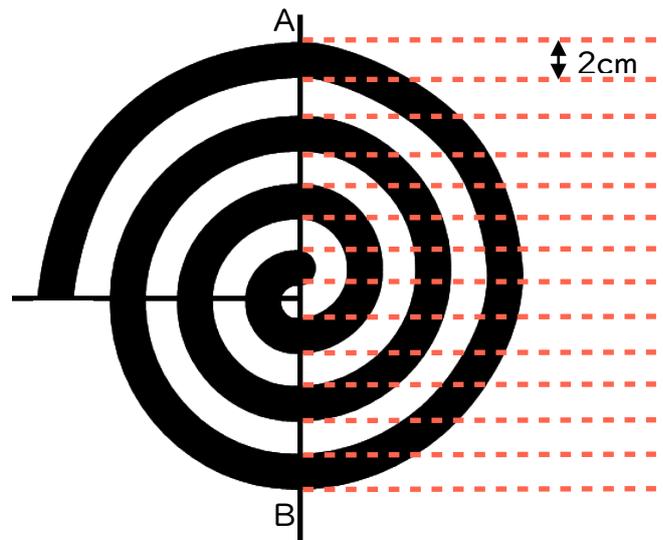
先生：火をつける切り口に対して、外側と内側の長さが異なるので、正確な長さを求めることは難しいです。

太郎：それなら、このくずまきをまっすぐの形にして、その長さだったらどうでしょう。真上から見たとき、切り口を縦の長さとして、蚊取り線香の面積を変えずにまっすぐのばして長方形にします。その長方形の横の長さなら求められそうです。

先生：おもしろそうですね。では、本物の蚊取り線香ではなく、幅とすき間がすべて2cmのくずまき【図1】を使って長さを求めてみましょう。

花子：長さを求めるために、まず長方形の面積が求められればよいのですね。どのように求めたらいいのでしょうか。 【図1】

太郎：少し工夫をしてみます。

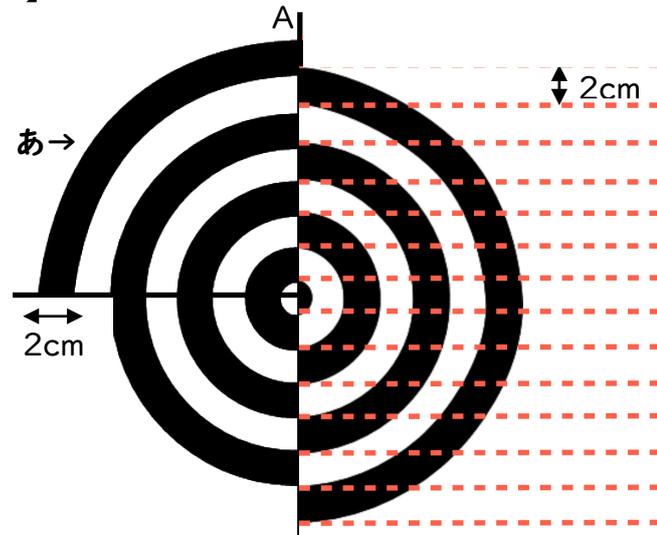


〔問題1〕 太郎くんは、【図1】のように、くずまきの中心を通るような直線ABを引きました。ABの長さは何ですか。

太郎：直線ABを引くと、大きさがさまざまな半円がたくさんできますね。直線ABの左側と右側に、それぞれ1つずつ同じ形の半円があることが分かります。

先生：よく気づきましたね。【図2】のように片側を2cmずらしてあげると左右に同じ半円が並びます。

【図2】



太郎：本当だ、ぴったりですね。これをうまく利用してうずまきの面積を求めてみます。

花子：左上の（あ）の部分を含むおうぎ形の中心角は90度なので、（あ）の部分の面積も求められますね。

先生：それでは、2人で協力してうずまきの面積を求めてみましょう。

〔問題2〕 (1) 【図2】の（あ）の部分の面積は何 cm^2 ですか。円周率は3.14とします。

(2) 【図1】のうずまきの面積は何 cm^2 ですか。円周率は3.14とします。

太郎：面積が分かったら、長方形の横の長さを求められます。切り口が2cmだから面積を2で割ればいいのですよね。

先生：よくできましたね。ところで、この蚊取り線香に火をつけると、1時間で（あ）の部分が燃え尽きます。ここから、蚊取り線香が燃え尽きるまでの時間を計算してみましょう。

〔問題3〕 【図2】の（あ）の部分が1時間で燃え尽きると考えるとき、【図1】の蚊取り線香全体が燃え始めてから燃え尽きるまでにかかる時間は何時間何分と考えられますか。途中の計算・考え方を書き、四捨五入して整数で求めなさい。ただし、火の燃え方は一定であるとし、うずまきの長さや面積の比を利用して求めることとします。

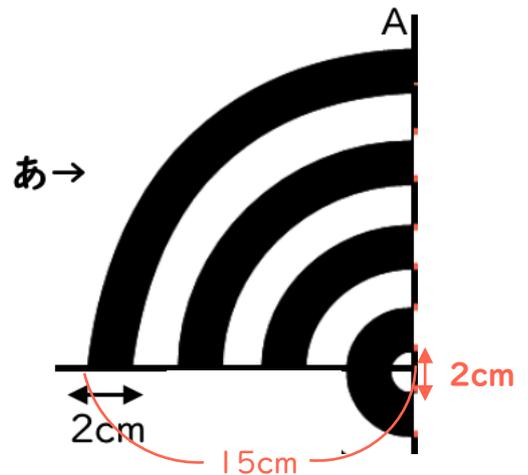
解答

[問題1]

ここは単純に数えればよいでしょう。
13カ所に分かれているので、
 $2 \times 13 = 26$ (cm) です。

[問題2]

- (1) 一番内側の白い部分は直径2cmなので、半径は1cmになります。よって、あの部分まで全体の四分円の半径は15cmで、その内側の四分円は半径13cmになります、



あの部分の面積は $15 \times 15 \times 3.14 \div 4 - 13 \times 13 \times 3.14 \div 4$
 $= (225 - 169) \div 4 \times 3.14$
 $= 56 \div 4 \times 3.14$
 $= 14 \times 3.14 = 43.96$ (cm²) です。

- (2) 【図2】の左右の渦巻きを重ねると、半径13cmの半円ができます。それに(1)のあの部分を合計すれば【図1】の面積になります。

$13 \times 13 \times 3.14 \div 2 + 43.96$
 $= 169 \times 3.14 \div 2 + 43.96$
 $= 265.33 + 43.96 = 309.29$ (cm²)

[問題3]

燃え尽きるまでの時間は蚊取り線香の横の長さの比にすると考えられ、会話文中でも「横の長さ」という言葉が何回か出てきますが、高さは2cmで固定なので面積の比が横の長さの比になります。

問題2の解答より $43.96 : 309.29$ ですが、 $309.29 \div 43.96 = 7.035 \dots$ より $1 : 7.035$ と(あ)の部分より7.035倍の時間かかると考えられます。

0.035 時間 = ($\times 60$) $\rightarrow 2.1$ 分なので7時間2分となります。

[問題1]	13	cm
[問題2] (1)	43.96	cm ²
[問題2] (2)	309.29	cm ²
[問題3] 燃え尽きるまでの時間は面積に比例するので、 $43.96 : 309.29 =$ およそ $1 : 7.035$ と考えると、 7.035時間かかり、 0.035 時間 $\times 60 = 2.1$ 分なので、 7時間2分で燃え尽きる。		